

八十五學年度
大學入學考試中心
學科能力測驗試題

數學考科

— 作答注意事項 —

考試時間：100分鐘

題型題數：

- 選擇題共14題
- 填充題共 6題

作答方式：

- 選擇題用2B鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
- 非選擇題用黑色或藍色筆在答案卷上作答

選擇題答錯不倒扣

※ 試題後附有參考公式及三角函數值表

— 考試鈴聲響後始可翻頁 —

祝考試順利

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題

說明：下列第1至8題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「選擇題答案區」，每題答對得5分，答錯不倒扣。

- $(40)^{255}$ 除以 13 的餘數為
(A) 1 (B) 2 (C) 4
(D) 6 (E) 8
- 坐標平面上點 $A(1, 2)$ 到直線 L 的垂足是 $D(3, 2)$ 。問 A 對於 L 的對稱點是下列那一點？
(A) $(-2, 0)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $(2, 0)$
(D) $(2, 2)$ (E) $(5, 2)$
- 已知直線 L_1 ， L_2 交於 $(1, 0, -1)$ ，且相互垂直，其中
 $L_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = -1 \end{cases} \quad t \in R, \quad L_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = -1-t \end{cases} \quad t \in R。$
若以 L_1 為軸將 L_2 旋轉一圈得一平面，則此平面的方程式為何？
(A) $x = 1$ (B) $y = 0$ (C) $x + y - 1 = 0$
(D) $x - y - z = 2$ (E) $x + y - 3 = 0$
- 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式，且 $f(i) = 0$ ($i = \sqrt{-1}$)，則函數 $y = f(x)$ 的圖形與 X 軸有幾個交點？
(A) 0 (B) 1 (C) 2
(D) 3 (E) 因 $f(x)$ 的不同而異
- 坐標平面上有一橢圓，已知其長軸平行 Y 軸，短軸的一個頂點為 $(0, 4)$ ，且其中一焦點為 $(4, 0)$ 。問此橢圓長軸的長度為何？
(A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 6
(D) $6\sqrt{2}$ (E) $8\sqrt{2}$

6. 已知拋物線 Γ 的方程式為 $y = (x+1)^2 + 1$ ，且直線 $y = 2x + 2$ 與 Γ 相切。設 L 為斜率等於 2 的直線，若 L 與 Γ 有兩個交點，則 L 上任一點 P 的坐標 (x, y) 滿足下列那個關係式？（參考圖 1）

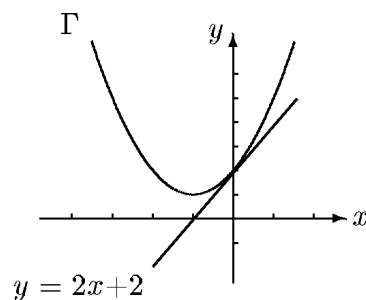
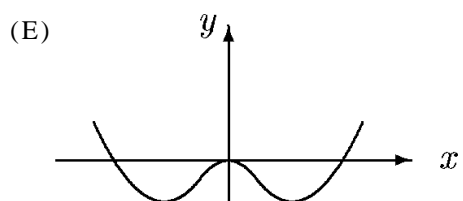
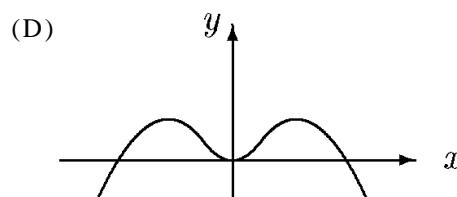
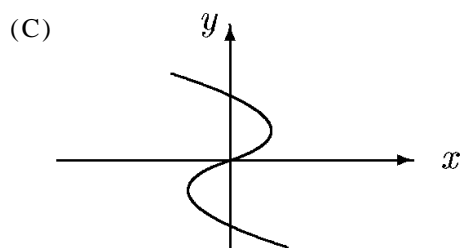
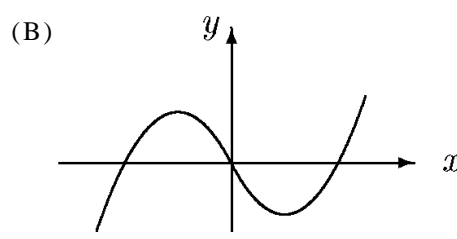
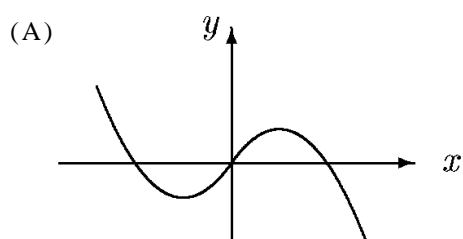


圖 1

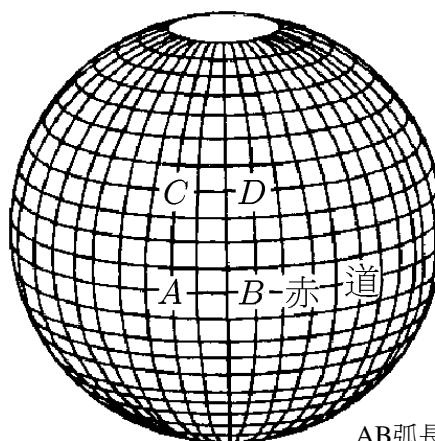
- (A) $y > (x+1)^2 + 1$ (B) $y < (x+1)^2 + 1$
 (C) $y = (x+1)^2 + 1$ (D) $y > 2x + 2$
 (E) $y < 2x + 2$

7. 已知下列五個圖形中有一個是 $y = -x(\cos x)$ 的部分圖形，判斷那一個選項是該圖形？



8. 設想地球是個圓球體，已知沿著赤道，經度 10 度間的距離是 1113 公里，那麼沿北緯 20° 線，經度 10 度間的距離最接近下面那個數值？（參考圖 2）

- (A) 1019
 (B) 1027
 (C) 1035
 (D) 1046
 (E) 1054



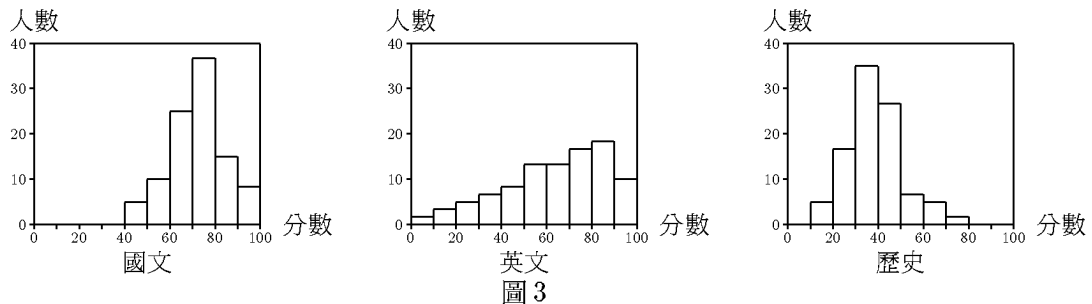
AB 弧長 = 1113 公里
 求 CD 弧長 = ? 公里

圖 2

貳、多重選擇題

說明：第9至第14題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「選擇題答案區」。每題答對得5分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲2.5分，錯兩個或兩個以上不給分。

9. 設 $y = f(x)$ 及 $y = g(x)$ 的圖形都是拋物線，一個開口向上，一個開口向下，則 $y = f(x) + g(x)$ 的圖形可能出現下列那些情形？
- (A) 兩條拋物線
 - (B) 一條拋物線
 - (C) 一條直線
 - (D) 橢圓
 - (E) 雙曲線
10. 圖3 為某年級國文、英文、歷史三科成績分佈情形的直方圖。根據該圖，下列那些推論是合理的？
- (A) 歷史的平均分數比國文的平均分數低
 - (B) 歷史的平均分數最低
 - (C) 英文的標準差比國文的標準差小
 - (D) 英文的標準差最大
 - (E) 「國文與歷史之相關係數」比「國文與英文之相關係數」高



11. 某品牌之燈泡由 A 廠及 B 廠各生產 30% 及 70%。 A 廠生產的產品中有 1% 瑕疵品； B 廠生產的產品中有 5% 瑕疵品。某日退貨部門回收一件瑕疵品，則下列敘述那些是正確的？
- (A) 猜此瑕疵品是由 A 廠製造的，猜對的機率較大
 - (B) 猜此瑕疵品是由 B 廠製造的，猜對的機率較大
 - (C) 此瑕疵品由 A 廠製造的機率為 $3/38$
 - (D) 此瑕疵品由 A 廠製造的機率為 $30/10000$
 - (E) 此瑕疵品由 B 廠製造的機率為 $350/10000$

12. 設 $a > b > 1000$ 。 令 $p = \sqrt{\log_7 a \cdot \log_7 b}$, $q = \frac{1}{2}(\log_7 a + \log_7 b)$,

$r = \log_7 \left(\frac{a+b}{2} \right)$, 則下列敘述何者正確 ?

- (A) $q = \log_7 \sqrt{ab}$
- (B) $q > r$
- (C) $r < p < q$
- (D) $p < q < r$
- (E) $q < p < r$

13. 設 $y = f(x)$ 的圖形是兩條半線，其原點附近的部分圖形如圖4。令 $h(x) = f(x) - f(x-6)$ ，則 $h(x)$ 有下列那些性質？

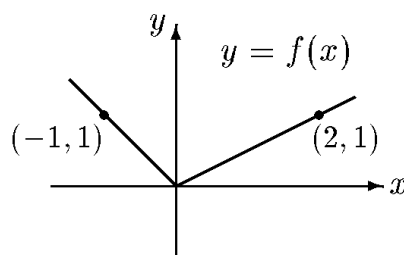


圖 4

- (A) 有最小值 -6
- (B) 有最小值 -3
- (C) 有最小值 0
- (D) 有最大值 3
- (E) 有最大值 6

14. 有一個 101 項的等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{101}$ ，其和為 0，且 $a_{71} = 71$ 。問下列選項那些正確？

- (A) $a_1 + a_{101} > 0$
- (B) $a_2 + a_{100} < 0$
- (C) $a_3 + a_{99} = 0$
- (D) $a_{51} = 51$
- (E) $a_1 < 0$

第二部份、填充題

說明：1. 第15至20題，每題5分。
 2. 將答案寫在「答案卷」上，不必列出演算過程
 3. 切勿將無理數或無限小數寫成有限小數
 例如：不要把 $\sqrt{2}$ 寫成 1.414
 不要把 $\frac{1}{3}$ 寫成 0.333

15. 設 D 點在 $\triangle ABC$ 的 \overline{BC} 邊上，且 $\triangle ABD$ 的面積 = $\frac{2}{3} \triangle ADC$ 的面積，若 B 的坐標為 $(0, 5)$ ， C 的坐標為 $(7, 0)$ ，則 D 的坐標為 _____ (A) _____。

16. 圓心在原點的兩個同心圓，面積分別為 75π 和 27π 。設 P 點在第一象限。若 P 點到大圓、小圓、 X 軸的距離均相等，則 P 點的坐標為 (B)。

17. 圖5中，至少包含 A 或 B 兩點之一的長方形共有 (C) 個。

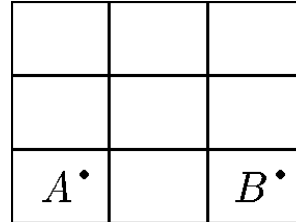


圖5

18. 擲一均勻硬幣三次，每出現一個正面得5元，一個反面賠2元，則所得總額之期望值為 (D) 元。

19. 空間中三向量 $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ， $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ ， $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$ ，所張平行

六面體的體積為 $\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$ 的絕對值。今已知 \vec{a} ， \vec{b} ， \vec{c} 三向量所張平行

六面體的體積為5，則 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ， \vec{b} ， \vec{c} 三向量所張平行六面體的體積為

(E)。

20. 學校蓋了一棟正四面體的玻璃溫室（如圖6）。今欲將一鋼柱橫架在室中，作為吊花的橫樑。其兩端分別固定在兩面牆 ABC 和 ACD 的重心 E ， F 處。生物老師要先知道這個鋼柱多長，才能請工人製作。雖然 \overline{BD} 的長度很容易量出，卻很難爬到 E ， F 點測量 \overline{EF} 長。生物老師在上課時說出他的問題，立刻有一位同學舉手說他有辦法。這位同學在紙上劃出圖6，算出 $\overline{EF} : \overline{BD}$ 就解決了問題。問 $\overline{EF} : \overline{BD} =$ (F)。

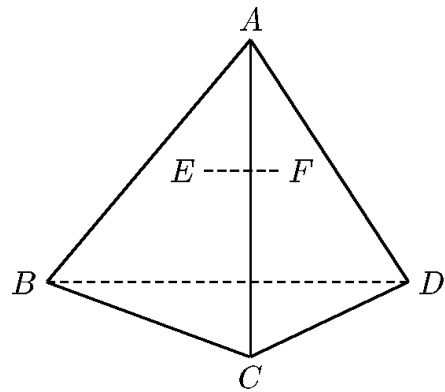


圖6

參考公式及對數表

1. 等差級數前 n 項和為：
$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

2. 等比級數 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 前 n 項之和

當 $r \neq 1$ 時
$$S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$$

當 $r = 1$ 時
$$S_n = na$$

3. P_1, P_2 兩點間的距離
$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

4. 扇形面積
$$A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rs$$

5. 點 $P(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $E: ax + by + cz + d = 0$ 的距離為：
$$\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

6. 三階行列式
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 - a_3b_2c_1$$

7. n 種不同物件中，每次取 m 個為一組，若每組中每種物件可以重複選取，則 n 中取 m 的重複組合為

$$H_m^n = C_m^{n+m-1}$$

8. 二項式定理

$$(x + y)^n = C_0^n x^n + C_1^n x^{n-1}y + \cdots + C_r^n x^{n-r}y^r + \cdots + C_{n-1}^n xy^{n-1} + C_n^n y^n = \sum_{r=0}^n C_r^n x^{n-r}y^r$$

9. 貝士定理

$$P\langle A_k | B \rangle = \frac{P(A_k)P\langle B | A_k \rangle}{\sum_{i=1}^r P(A_i)P\langle B | A_i \rangle}$$

10. 對數換底公式 $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

11. 統計公式

算術平均 $M (= \bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

標準差 $S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$

相關係數 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$

S_X 為隨機變數 X 之標準差

S_Y 為隨機變數 Y 之標準差

12. 三角函式值表

角 度	Sin	Cos
18° 00'	.3090	.9511
10'	.3118	.9502
20'	.3145	.9492
30'	.3173	.9483
40'	.3201	.9474
50'	.3228	.9465
19° 00'	.3256	.9455
10'	.3283	.9446
20'	.3311	.9436
30'	.3338	.9426
40'	.3365	.9417
50'	.3393	.9407
20° 00'	.3420	.9397
10'	.3448	.9387
20'	.3475	.9377
30'	.3502	.9367
40'	.3529	.9356
50'	.3557	.9346
21° 00'	.3584	.9336
10'	.3611	.9325
20'	.3638	.9315
30'	.3665	.9304
40'	.3692	.9293
50'	.3719	.9283
22° 00'	.3746	.9272
10'	.3773	.9261
20'	.3800	.9250
30'	.3827	.9239
40'	.3854	.9228
50'	.3881	.9216

角 度	Sin	Cos
23° 00'	.3907	.9205
10'	.3934	.9194
20'	.3961	.9182
30'	.3987	.9171
40'	.4014	.9159
50'	.4041	.9147
24° 00'	.4067	.9135
10'	.4094	.9124
20'	.4120	.9112
30'	.4147	.9100
40'	.4173	.9088
50'	.4200	.9075
25° 00'	.4226	.9063
10'	.4253	.9051
20'	.4279	.9038
30'	.4305	.9026
40'	.4331	.9013
50'	.4358	.9001
26° 00'	.4384	.8988
10'	.4410	.8975
20'	.4436	.8962
30'	.4462	.8949
40'	.4488	.8936
50'	.4514	.8923
27° 00'	.4540	.8910