

大學入學考試中心

九十一年度學科能力測驗(補考)試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單一選擇題 6 題，多重選擇題 6 題，填充題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 ³ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多重選擇題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 ¹ 與 ³ 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 填充題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡上的第 18 列的 ³ 與第 19 列的 ⁸ 劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ⁻ 與第 21 列的 ⁷ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的對數值與參考數值

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

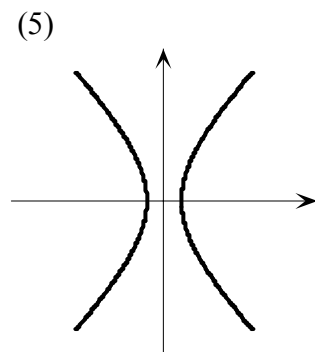
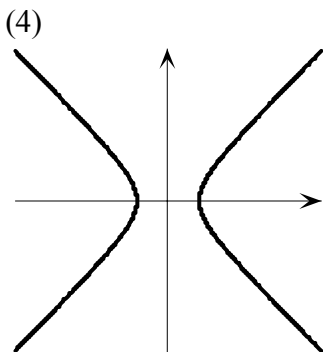
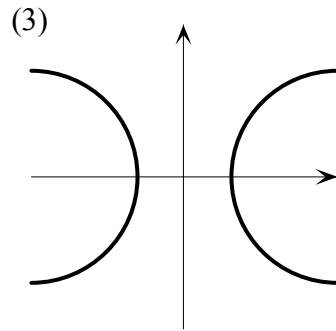
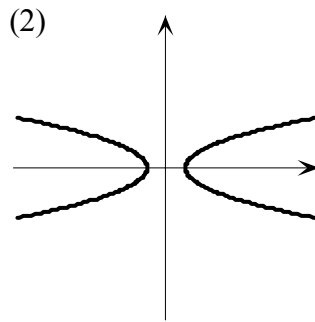
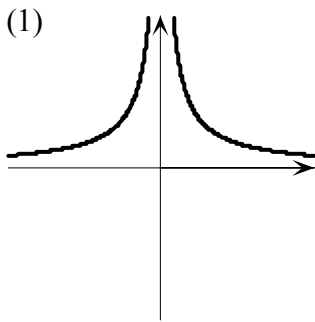
1. 在 230 與 240 之間共有多少個質數？

- (1) 1 個
- (2) 2 個
- (3) 3 個
- (4) 4 個
- (5) 5 個

2. 方程式 $x^4+2x^2-1=0$ 有多少個實根？

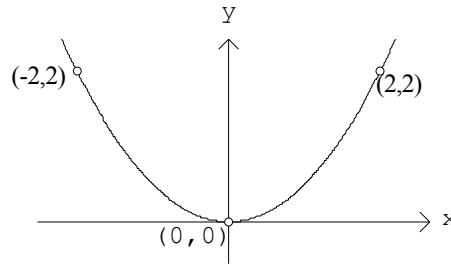
- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

3. 下列圖形有一為雙曲線，請將它選出來。



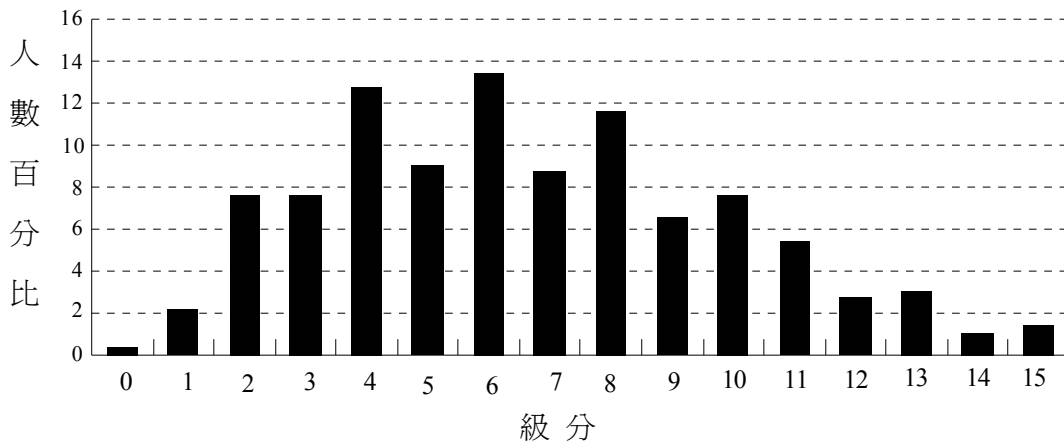
4. 如圖所示，在坐標平面上，以原點(0,0)為頂點，且通過(2,2),(-2,2)的拋物線，它的焦點坐標為

- (1) (0, 0.5)
- (2) (0, 1)
- (3) (0, 1.5)
- (4) (0, 2)
- (5) (0,4)



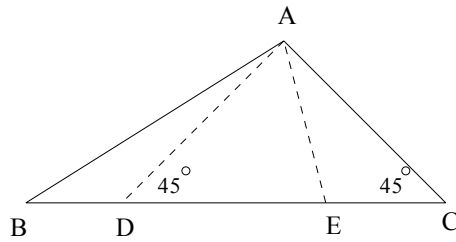
5. 九十年大學學科能力測驗有 12 萬名考生，各學科成績採用 15 級分，數學學科能力測驗成績分佈圖如下圖。請問有多少考生的數學成績級分高於 11 級分？選出最接近的數目。

- (1) 4000 人
- (2) 10000 人
- (3) 15000 人
- (4) 20000 人
- (5) 32000 人



90學年度數學學科能力測驗成績分佈圖

6. 如圖



$\triangle ABC$ 中， BC 邊上兩點 D 、 E 分別與 A 連線。假設 $\angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$ ，三角形 ABC ， ABD ， ABE 的外接圓直徑分別為 c, d, e 。試問下列何者為真？

- (1) $c < e < d$
- (2) $d < e < c$
- (3) $e < c, d < c$
- (4) $d = c < e$
- (5) $d = c > e$

貳、多重選擇題

說明：第 7 至 12 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

7. 關於雙曲線 $x^2 - y^2 = 1$ ，下列選項何者為真？

- (1) 對稱於 y 軸
- (2) 對稱於直線 $x - y = 0$
- (3) 直線 $x + y = 0$ 為一漸近線
- (4) $(-2, 0)$ 及 $(2, 0)$ 為其焦點
- (5) $(-1, 0)$ 及 $(1, 0)$ 為其頂點

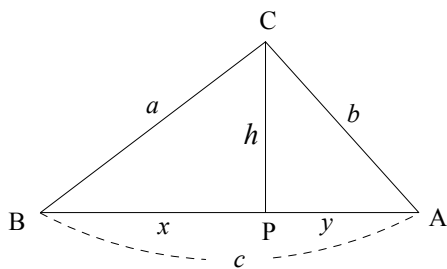
8. 設實數 a, b 滿足

$$0 < a < 1, 0 < b < 1.$$

則下列選項哪些必定為真？

- (1) $0 < a + b < 2$
- (2) $0 < ab < 1$
- (3) $-1 < b - a < 0$
- (4) $0 < a/b < 1$
- (5) $|a - b| < 1$

9. 如圖



$\triangle ABC$ 的對邊分別為 a, b, c ， P 為 C 點的垂足， h 為高， $BP=x, AP=y$ ，則下列選項哪些必定為真？

(1) $\cos C = \frac{h}{a} + \frac{h}{b}$

(2) $\cos C = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$

(3) $\cos C = \cos(A+B)$

(4) $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

(5) $\cos C = \frac{h^2 - xy}{ab}$

10. 平面上有一個直角三角形，其三邊的斜率為實數 m_1, m_2, m_3 ，並假設 $m_1 > m_2 > m_3$ 。則下列選項哪些必定為真？

(1) $m_1 m_2 = -1$

(2) $m_1 m_3 = -1$

(3) $m_1 > 0$

(4) $m_2 \leq 0$

(5) $m_3 < 0$

11. 函數 $f(x) = \frac{1}{2}(\cos 10x - \cos 12x)$ ， x 為實數。則下列選項哪些為真？

(1) $f(x) = \sin 11x \sin x$ 恒成立

(2) $|f(x)| \leq 1$ 恒成立

(3) $f(x)$ 的最大值是 1

(4) $f(x)$ 的最小值是 -1

(5) $f(x) = 0$ 的解有無窮多個

12. 三相異平面兩兩相交於三條相異直線 l_1, l_2, l_3 。試問下列選項哪些絕不可能發生？

(1) l_1, l_2, l_3 三線共交點

(2) l_1, l_2, l_3 不共面，但 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$

(3) l_1, l_2, l_3 共平面

(4) l_1, l_2, l_3 兩兩相交，但三交點相異

(5) l_1, l_2, l_3 三線中兩兩都是歪斜線

第二部分：填充題

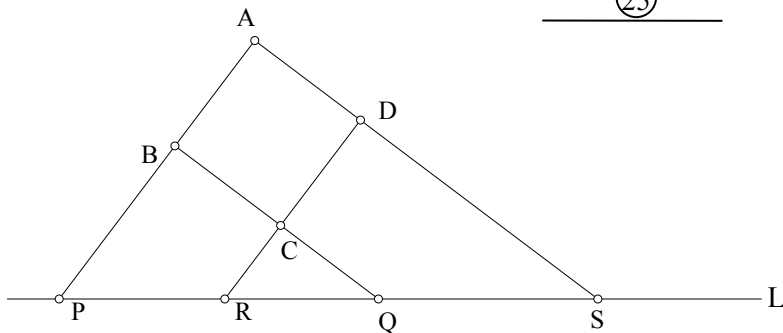
說明：1. 第 A 至 H 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13–35)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 11^{15} 除以 100 的餘數為 ⑬⑭。

B. 令複數 $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$ 且 $z \cdot i = 2(\cos a\pi + i\sin a\pi)$ ，則實數 $a = \frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}}$ 。

C. 某人存入銀行 10000 元，言明年利率 4%，以半年複利計息，滿一年本利和為 Q 元。
則 $Q = \textcircled{18}\textcircled{19}\textcircled{20}\textcircled{21}\textcircled{22}$ 。

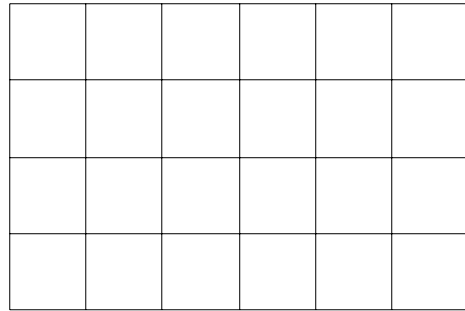
D. 在平面上有一正方形 ABCD，AB、BC、CD、DA 的延長線分別交直線 L 於 P、Q、R、S。
已知 $PR=3$ 、 $QS=4$ ，則正方形 ABCD 的邊長為 $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}}$ 。



E. 空間中有三個平面 $5x+4y-4z=kx$ ， $4x+5y+2z=ky$ ， $x+y+z=0$ ，其中 $k < 10$ 。
當 $k = \textcircled{26}$ 時，三個平面交於一線。

- F. 如右圖各小方格為 1cm^2 的正方形。
試問圖中大大小小的正方形共有多少個？

答： 27 28 個。



- G. 一顆半徑為 12 公分的大巧克力球，裡頭包著一顆半徑為 5 公分的軟木球。如果將此巧克力球重新融化，做成半徑為 2 公分的實心巧克力球，最多可以做幾顆這樣的巧克力球？

答： 29 30 31 顆。

- H. 某次考試，有一多重選擇題，有 A、B、C、D、E 五個選項。給分標準為完全答對給 5 分，只答錯 1 個選項給 2.5 分，答錯 2 個或 2 個以上的選項得 0 分。若某一考生對該題的 A、B 選項已確定是應選的正確答案，但 C、D、E 三個選項根本看不懂，決定這三個選項要用猜的來作

答。則他此題所得分數的期望值為 $\frac{32}{34} + \frac{33}{35}$ 分。

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

3. 等比級數 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1.$

4. $\triangle ABC$ 的正弦及餘弦定理

(1) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$ R 為外接圓的半徑(正弦定理)

(2) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ (餘弦定理)

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$; $\sqrt{3} \approx 1.732$; $\sqrt{5} \approx 2.236$; $\sqrt{7} \approx 2.646$; $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

7. 半徑 r 的球體積為 $\frac{4}{3}\pi r^3$ 。