

大學入學考試中心

九十一學年度學科能力測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單一選擇題 6 題，多重選擇題 6 題，填充題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 ₃ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

例：若多重選擇題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 ₁ 與 ₃ 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 填充題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡上的第 18 列的 ₃ 與第 19 列的 ₈ 劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ₋ 與第 21 列的 ₇ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的對數值與參考數值

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 設 $P(x,y)$ 為坐標平面上一點，且滿足

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2}$$

那麼 P 點的位置在哪裡？

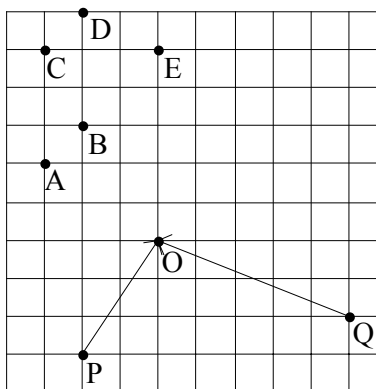
- (1) 第一象限
- (2) 第二象限
- (3) 第三象限
- (4) 第四象限
- (5) x 軸或 y 軸上

2. 一群登山友，在山上發現一顆巨樹，隊中 10 位身高 170 公分的男生，手拉著手剛好環抱大樹一圈。問樹幹的直徑最接近下列何值？

- (1) 3 公尺
- (2) 5 公尺
- (3) 7 公尺
- (4) 9 公尺
- (5) 11 公尺

3. 如圖，下面哪一選項中的向量與另兩個向量 \overrightarrow{PO} 、 \overrightarrow{QO} 之和等於零向量？

- (1) \overrightarrow{AO}
- (2) \overrightarrow{BO}
- (3) \overrightarrow{CO}
- (4) \overrightarrow{DO}
- (5) \overrightarrow{EO}

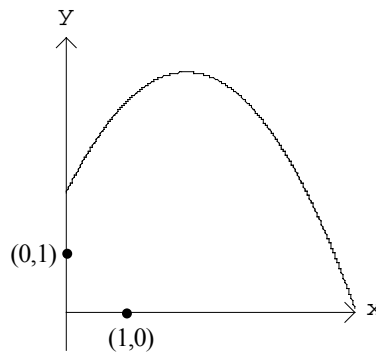


4. 若某校 1000 位學生的數學段考成績平均分數是 65.24 分，樣本標準差是 5.24 分，而且已知成績分佈呈現常態分配。試問全校約有多少人數學成績低於 60 分？

- (1) 約 80 人
- (2) 約 160 人
- (3) 約 240 人
- (4) 約 320 人
- (5) 約 400 人

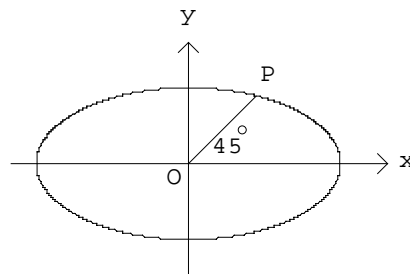
5. 試問用下列哪一個函數的部分圖形來描述右圖較恰當？

- (1) $(x-2)^2-2$
- (2) $2\sin(x)+2$
- (3) $2\cos(x)$
- (4) $-0.5(x-2)^2+4$
- (5) $3-2^x$



6. 在坐標平面上有一橢圓，它的長軸落在 x 軸上，短軸落在 y 軸上，長軸、短軸的長度分別為 4、2。如圖所示，通過橢圓的中心 O 且與 x 軸夾角為 45° 的直線在第一象限跟橢圓相交於 P 。則此交點 P 與中心 O 的距離為

- (1) 1.5
- (2) $\sqrt{1.6}$
- (3) $\sqrt{2}$
- (4) $\sqrt{2.5}$
- (5) $\sqrt{3.2}$



貳、多重選擇題

說明：第 7 至 12 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

7. 若實數 a, b, c 滿足 $abc > 0$, $ab + bc + ca < 0$, $a + b + c > 0$, $a > b > c$, 則下列選項何者為真？

- (1) $a > 0$
- (2) $b > 0$
- (3) $c > 0$
- (4) $|a| > |b|$
- (5) $a^2 > c^2$

8. 一機器狗每秒鐘前進或者後退一步，程式設計師讓機器狗以前進 3 步，然後再後退 2 步的規律移動。如果將此機器狗放在數線的原點，面向正的方向，以 1 步的距離為 1 單位長。令 $P(n)$ 表示第 n 秒時機器狗所在位置的坐標，且 $P(0) = 0$ 。那麼下列選項何者為真？

- (1) $P(3) = 3$
- (2) $P(5) = 1$
- (3) $P(10) = 2$
- (4) $P(101) = 21$
- (5) $P(103) < P(104)$

9. 下列哪些選項與方程組 $\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ 4x + 3y + 6z = 0 \end{cases}$ 的解集合相同？

- (1) $y = 0$
- (2) $\begin{cases} 2x + 3z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$
- (3) $x = y = 0$
- (4) $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}z = 0 \\ 4x + 3y + 6z = 0 \end{cases}$
- (5) $\begin{cases} 6x + 4y + 9z = 0 \\ 2x + y + 3z = 0 \end{cases}$

10. 觀察相關的函數圖形，判斷下列選項何者為真？

- (1) $10^x = x$ 有實數解
- (2) $10^x = x^2$ 有實數解
- (3) x 為實數時， $10^x > x$ 恆成立
- (4) $x > 0$ 時， $10^x > x^2$ 恆成立
- (5) $10^x = -x$ 有實數解

11. 某甲自 89 年 7 月起，每月 1 日均存入銀行 1000 元，言明以月利率 0.5% 按月複利計息，到 90 年 7 月 1 日提出。某乙則於 89 年 7 月起，每單月(一月、三月、五月……)1 日均存入銀行 2000 元，亦以月利率 0.5% 按月複利計息，到 90 年 7 月 1 日提出。一整年中，兩人都存入本金 12000 元。提出時，甲得本利和 A 元，乙得本利和 B 元。問下列選項何者為真？

- (1) $B > A$
- (2) $A = 1000 \left[\sum_{k=1}^{12} \left(\frac{1005}{1000} \right)^k \right]$
- (3) $B = 2000 \left[\sum_{k=1}^6 \left(\frac{1005}{1000} \right)^{2k} \right]$
- (4) $A < 12000 \left(\frac{1005}{1000} \right)^{12}$
- (5) $B < 12000 \left(\frac{1005}{1000} \right)^{12}$

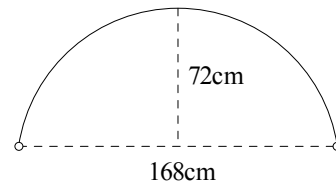
12. 在 $\triangle ABC$ 中，下列哪些選項的條件有可能成立？

- (1) $\sin A = \sin B = \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (2) $\sin A, \sin B, \sin C$ 均小於 $\frac{1}{2}$
- (3) $\sin A, \sin B, \sin C$ 均大於 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (4) $\sin A = \sin B = \sin C = \frac{1}{2}$
- (5) $\sin A = \sin B = \frac{1}{2}$, $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$

第二部分：填充題

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13–32)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

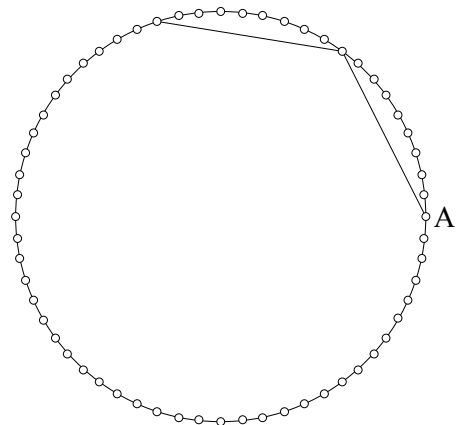
- A. 工匠在窗子外邊想做一個圓弧型的花台，此花台在窗口的中央往外伸出 72 公分，窗口的寬度是 168 公分。則此圓弧的圓半徑為 ⑬⑭ 公分。



- B. $2^{20}-1$ 與 $2^{19}+1$ 的最大公因數為 ⑮。

- C. 某公司民國 85 年營業額為 4 億元，民國 86 年營業額為 6 億元，該年的成長率為 50%。
87、88、89 三年的成長率皆相同，且民國 89 年的營業額為 48 億元。則該公司 89 年的成長率為 ⑯⑰⑱ %。

- D. 在一個圓的圓周上，平均分佈了 60 個洞，兩洞間稱為一間隔。在 A 洞打上一支木樁並綁上線，然後依逆時針方向前進每隔 9 個間隔就再打一支木樁，並綁上線，依此繼續操作，如右圖所示。試問輪回到 A 洞需再打樁前，總共已經打了幾支木樁？
答：⑲⑳ 支。



E. 某次網球比賽共有 128 位選手參加，採單淘汰制，每輪淘汰一半的選手，剩下一半的選手進入下一輪。在第 1 輪被淘汰的選手可獲得 1 萬元，在第 2 輪被淘汰的選手可獲得 2 萬元，在第 k 輪被淘汰的選手可獲得 2^{k-1} 萬元，而冠軍則可獲得 128 萬元。試問全部比賽獎金共多少萬元？

答： 21 22 23 萬元。

F. 某人隔河測一山高，在 A 點觀測山時，山的方位為東偏北 60° ，山頂的仰角為 45° ，某人自 A 點向東行 600 公尺到達 B 點，山的方位變成在西偏北 60° ，則山有多高？

答： 24 25 26 公尺。

G. 有一群體有九位成員，其身高分別為(單位：公分)

160, 163, 166, 170, 172, 174, 176, 178, 180,

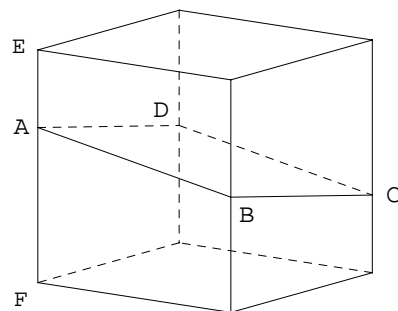
此九人的平均身高為 171 公分。今隨機抽樣 3 人，則抽到 3 人的平均身高等於母體平均身高的

機率為 $\frac{27}{28 \cdot 29}$ 。(化成最簡分數)

H. 右圖為一正立方體，被一平面截出一個四邊形 ABCD，

其中 B, D 分別為稜的中點，且 $\overline{EA} : \overline{AF} = 1 : 2$ 。

則 $\cos \angle DAB =$ $\frac{30}{31 \cdot 32}$ 。(化成最簡分數)



參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

3. 等比級數 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1.$

4. ΔABC 的正弦及餘弦定理

(1) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$ R 為外接圓的半徑(正弦定理)

(2) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ (餘弦定理)

5. 統計公式：

算術平均數 $M(= \bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差 $S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$

相關係數 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$

其中 S_X 為隨機變數 X 之標準差， S_Y 為隨機變數 Y 之標準差

6. 常態分佈的資料對稱於平均數 M 。且當標準差為 S 時，該資料大約有 68% 落在區間 $(M-S, M+S)$ 內，約有 95% 落在區間 $(M-2S, M+2S)$ 內，約有 99.7% 落在區間 $(M-3S, M+3S)$ 內。

7. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414; \sqrt{3} \approx 1.732; \sqrt{5} \approx 2.236; \sqrt{6} \approx 2.449; \pi \approx 3.142$

8. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990, \log_{10} 7 \approx 0.8451$

9.

