

# 大學入學考試中心

## 九十八學年度學科能力測驗試題

### 數學考科

#### —作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液  
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的  $\square^3$  劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的  $\square^1$  與  $\square^3$  劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square^3$  與第 19 列的  $\square^8$  劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\square^-$  與第 21 列的  $\square^7$  劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的參考數值、對數值與常用對數表

## 第壹部分：選擇題（佔 55 分）

### 一、單選題（佔 30 分）

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 數列  $a_1 + 2, \dots, a_k + 2k, \dots, a_{10} + 20$  共有十項，且其和為 240，則  $a_1 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$  之值為

- (1) 31            (2) 120            (3) 130            (4) 185            (5) 218

2. 令  $a = \cos(\pi^2)$ ，試問下列哪一個選項是對的？

- (1)  $a = -1$   
(2)  $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$   
(3)  $-\frac{1}{2} < a \leq 0$   
(4)  $0 < a \leq \frac{1}{2}$   
(5)  $\frac{1}{2} < a \leq 1$

3. 已知  $f(x), g(x)$  是兩個實係數多項式，且知  $f(x)$  除以  $g(x)$  的餘式為  $x^4 - 1$ 。試問下列哪一個選項不可能是  $f(x)$  與  $g(x)$  的公因式？

- (1) 5  
(2)  $x - 1$   
(3)  $x^2 - 1$   
(4)  $x^3 - 1$   
(5)  $x^4 - 1$

4. 甲、乙、丙三所高中的一年級分別有 3、4、5 個班級。從這 12 個班級中隨機選取一班參加國文抽考，再從未被抽中的 11 個班級中隨機選取一班參加英文抽考。則參加抽考的兩個班級在同一所學校的機率最接近以下哪個選項？

- (1) 21%            (2) 23%            (3) 25%            (4) 27%            (5) 29%

5. 假設甲、乙、丙三鎮兩兩之間的距離皆為 20 公里。兩條筆直的公路交於丁鎮，其中之一通過甲、乙兩鎮而另一通過丙鎮。今在一比例精準的地圖上量得兩公路的夾角為  $45^\circ$ ，則丙、丁兩鎮間的距離約為
- (1) 24.5 公里      (2) 25 公里      (3) 25.5 公里      (4) 26 公里      (5) 26.5 公里
6. 試問坐標平面上共有幾條直線，會使得點  $O(0,0)$  到此直線之距離為 1，且點  $A(3,0)$  到此直線之距離為 2？
- (1) 1 條      (2) 2 條      (3) 3 條      (4) 4 條      (5) 無窮多條

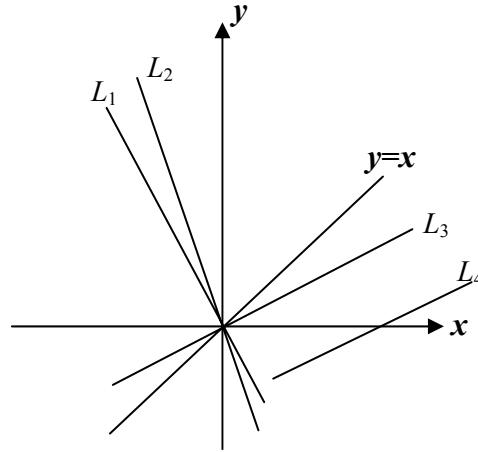
## 二、多選題（佔 25 分）

說明：第 7 至 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項者可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項者不給分。

7. 試問下列哪些選項中的數是有理數？
- (1) 3.1416
- (2)  $\sqrt{3}$
- (3)  $\log_{10} \sqrt{5} + \log_{10} \sqrt{2}$
- (4)  $\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}$
- (5) 方程式  $x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0$  的唯一實根

8. 坐標平面上四條直線  $L_1, L_2, L_3, L_4$  與  $x$  軸、 $y$  軸及直線  $y = x$  的相關位置如圖所示，其中  $L_1$  與  $L_3$  垂直，而  $L_3$  與  $L_4$  平行。設  $L_1, L_2, L_3, L_4$  的方程式分別為  $y = m_1x$ ， $y = m_2x$ ， $y = m_3x$  以及  $y = m_4x + c$ 。試問下列哪些選項是正確的？

- (1)  $m_3 > m_2 > m_1$
- (2)  $m_1 \cdot m_4 = -1$
- (3)  $m_1 < -1$
- (4)  $m_2 \cdot m_3 < -1$
- (5)  $c > 0$



9. 某廠商委託民調機構在甲、乙兩地調查聽過某項產品的居民佔當地居民之百分比(以下簡稱為「知名度」)。結果如下：在 95% 信心水準之下，該產品在甲、乙兩地的知名度之信賴區間分別為  $[0.50, 0.58]$ 、 $[0.08, 0.16]$ 。試問下列哪些選項是正確的？
- (1) 甲地本次的參訪者中，54% 的人聽過該產品
  - (2) 此次民調在乙地的參訪人數少於在甲地的參訪人數
  - (3) 此次調查結果可解讀為：甲地全體居民中有一半以上的人聽過該產品的機率大於 95%
  - (4) 若在乙地以同樣方式進行多次民調，所得知名度有 95% 的機會落在區間  $[0.08, 0.16]$
  - (5) 經密集廣告宣傳後，在乙地再次進行民調，並增加參訪人數達原人數的四倍，則在 95% 信心水準之下該產品的知名度之信賴區間寬度會減半(即 0.04)

10. 設  $a, b, c$  為實數，下列有關線性方程組 
$$\begin{cases} x + 2y + az = 1 \\ 3x + 4y + bz = -1 \\ 2x + 10y + 7z = c \end{cases}$$
 的敘述哪些是正確的？

- (1) 若此線性方程組有解，則必定恰有一組解
- (2) 若此線性方程組有解，則  $11a - 3b \neq 7$
- (3) 若此線性方程組有解，則  $c = 14$
- (4) 若此線性方程組無解，則  $11a - 3b = 7$
- (5) 若此線性方程組無解，則  $c \neq 14$

11. 如圖所示，正立方體  $ABCD - EFGH$  的稜長等於 2 (即  $\overline{AB} = 2$ )， $K$  為正方形  $ABCD$  的中心， $M$ 、 $N$  分別為線段  $BF$ 、 $EF$  的中點。試問下列哪些選項是正確的？

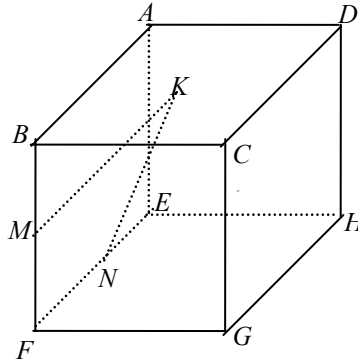
(1)  $\overrightarrow{KM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AE}$

(2) (內積)  $\overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{AB} = 1$

(3)  $\overline{KM} = 3$

(4)  $\triangle KMN$  為一直角三角形

(5)  $\triangle KMN$  之面積為  $\frac{\sqrt{10}}{2}$



### 第貳部分：選填題（佔 45 分）

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (12-33)。  
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 從 1 到 100 的正整數中刪去所有的質數、2 的倍數及 3 的倍數之後，剩下最大的數為 ⑫⑬。

B. 坐標平面上有四點  $O(0,0)$ ,  $A(-3,-5)$ ,  $B(6,0)$ ,  $C(x,y)$ 。今有一質點在  $O$  點沿  $\overrightarrow{AO}$  方向前進  $\overline{AO}$  距離後停在  $P$ ，再沿  $\overrightarrow{BP}$  方向前進  $2\overline{BP}$  距離後停在  $Q$ 。假設此質點繼續沿  $\overrightarrow{CQ}$  方向前進  $3\overline{CQ}$  距離後回到原點  $O$ ，則  $(x,y) = (\underline{\text{⑭⑮}}, \underline{\text{⑰⑱}})$ 。

C. 抽獎遊戲中，參加者自箱中抽出一球，確定顏色後放回。只有抽得藍色或紅色球者可得消費券，其金額分別為(抽得藍色球者)2000 元、(抽得紅色球者)1000 元。箱中已置有 2 顆藍色球及 5 顆紅色球。在抽出任一球之機率相等的條件下，主辦單位希望參加者所得消費券金額的期望值為 300 元，則主辦單位應於箱內再置入 ⑲⑳ 顆其他顏色的球。

D. 坐標平面上有兩條平行直線。它們的  $x$  截距相差 20， $y$  截距相差 15。則這兩條平行直線的距離為 20 21。

E. 假設  $\Gamma_1$  為坐標平面上開口向上的拋物線，其對稱軸為  $x = \frac{-3}{4}$  且焦距（焦點到頂點的距離）為  $\frac{1}{8}$ 。若  $\Gamma_1$  與另一拋物線  $\Gamma_2: y = x^2$  恰交於一點，則  $\Gamma_1$  的頂點之  $y$  坐標為  $\frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}}$ 。（化成最簡分數）

F. 某公司為了響應節能減碳政策，決定在五年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排放量的 75%。公司希望每年依固定的比率(當年和前一年排放量的比)逐年減少二氧化碳的排放量。若要達到這項目標，則該公司每年至少要比前一年減少 24.25 % 的二氧化碳的排放量。(計算到小數點後第一位，以下四捨五入。)

G. 坐標空間中  $xy$  平面上有一正方形，其頂點為  $O(0,0,0)$ ,  $A(8,0,0)$ ,  $B(8,8,0)$ ,  $C(0,8,0)$ 。另一點  $P$  在  $xy$  平面的上方，且與  $O, A, B, C$  四點的距離皆等於 6。若  $x + by + cz = d$  為通過  $A, B, P$  三點的平面，則  $(b, c, d) = (\textcircled{26}, \textcircled{27}, \textcircled{28})$ 。

H. 有一橢圓與一雙曲線有共同的焦點  $F_1$ 、 $F_2$ ，且雙曲線的實軸長和橢圓的短軸長相等。設  $P$  爲此橢圓與雙曲線的一個交點，且  $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = 64$ ，則  $\overline{F_1F_2} = \underline{\textcircled{29} \textcircled{30}}$ 。

I. 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 9$ ， $\cos \angle BAC = \frac{3}{8}$ 。設點  $P$ 、 $Q$  分別在邊  $AB$ 、 $AC$  上使得  $\triangle APQ$  之面積爲  $\triangle ABC$  面積之一半，則  $\overline{PQ}$  之最小可能值爲  $\underline{\frac{\textcircled{31} \textcircled{32}}{\textcircled{33}}}$ 。(化成最簡分數)

### 參考公式及可能用到的數值

- 一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 平面上兩點  $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$  間的距離為  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$ 。
- 首項為  $a_1$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$
- 三角函數的和角公式：  
 $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$   
 $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$   
 $\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 95% 信心水準下之信賴區間： $[\hat{p} - 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}]$
- 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ； $\sqrt{3} \approx 1.732$ ； $\sqrt{5} \approx 2.236$ ； $\sqrt{6} \approx 2.449$ ； $\pi \approx 3.142$
- 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

常用對數表 $\log_{10} N$											表			尾			差		
$N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
.....																			
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
.....																			
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4

註 1. 表中所給的對數值為小數點後的值。

2. 表中最左欄的數字表示  $N$  的個位數及小數點後第一位，最上一列的數字表示  $N$  的小數點後第二位。